الدرس 1

العوامل والمضاعفات

السؤال الأساسي

كيف نستخدم العوامل والمضاعفات في الحياة اليومية؟

المفردات

العامل المشترك الأكبر
(greatest common factor)
المضاعف المشترك الأصغر
(least common multiple)
مهارات رياضية
1, 3, 4, 8

المفردات الرئيسية

العامل المشترك: عدد يُعد عاملاً لعددين أو أكثر.
ويُسمى أكبر العوامل المشتركة بين عددين أو أكثر **العامل المشترك الأكبر** (GCF).

أما أصغر عدد غير الصفر من مضاعفات عددين كليين أو أكثر يسمى **المضاعف المشترك الأصغر** (LCM) لتلك الأعداد.

أكمل المخططات التالية. أقدم نماذج لبعض الإجابات.

GCF
- يشير إلى: العامل المشترك الأكبر (GCF)
مرادف: - العامل: العدد الأكبر من بين مجموعة قيم.
- المشترك: السمة ذاتها بين عدة أعداد.
- الأكبر: العدد الذي يتم ضربه في عدد آخر.

LCM
- يشير إلى: المضاعف المشترك الأصغر (LCM)
مرادف: - المضاعف: العدد الأقل من بين مجموعة قيم.
- المشترك: السمة ذاتها بين عدة أعداد.
- الأصغر: حاصل ضرب عدد في أي عدد صحيح.

مسائل من الحياة اليومية

يرتب "عبد الله" مجموعة من البالونات. لديه 8 بالونات زرقاء و12 بالونة خضراء. ما أكبر عدد من المجموعات المرتبة يمكن الحصول عليه إذا كان يرغب في ترتيبها في مجموعات متطابقة؟ 4 مجموعات مرتبة

ما مهارات الرياضيات التي استخدمتها؟
ظلل الدائرة (الدوائر) التي تنطبق.

1. البدء في حل المسائل
2. التفكير بطريقة تجريدية
3. بناء فرضية
4. استخدام نماذج الرياضيات
5. استخدام أدوات الرياضيات
6. مراعاة الدقة
7. الاستفادة من البنية
8. استخدام الاستنتاجات المتكررة

إيجاد العامل المشترك الأكبر (GCF)

يمكنك استخدام العوامل المشتركة أو العوامل الأولية لإيجاد العامل المشترك الأكبر (GCF).

مثال

1. توجد أطباق من ثلاثة أنواع من الكعك على الطاولة. بكل طبق قطعة واحدة. يوجد في كل صف عدد متساوٍ من الأطباق ونوع واحد فقط من الكعك. ما أكبر عدد من قطع الكعك يمكن وضعه في كل صف؟

الكعك	
النوع	عدد الأطباق
رخامي	10
شيكولاتة أسود	15
شيكولاتة	20

لحل هذه المسألة، استخدم العوامل المشتركة.

عوامل العدد 10: 1, 2, 5, 10

عوامل العدد 15: 1, 3, 5, 15

عوامل العدد 20: 1, 2, 4, 5, 10, 20 العددان المشتركان هما 1 و5

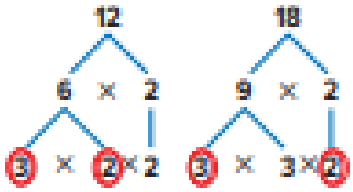
العامل المشترك الأكبر (GCF) للأعداد 10 و15 و20 هو العدد 5. إذًا، أكبر عدد من قطع الكعك يمكن وضعه في كل صف هو 5.

تأكد من فهمك أوجد حلاً للمسألة التالية لتتأكد أنك فهمت.

a. كسبت مريم AED 49 يوم الأحد و AED 42 يوم الاثنين و AED 21 يوم الثلاثاء من بيع الأساور. علمًا بأنها باعت كل أساورها بنفس المبلغ، ما أكبر مبلغاً يمكن أن يكون ثمن الأسوارة الواحدة؟

مثال

2. أوجد العامل المشترك الأكبر (GCF) للعددين 12 و18.



العددان 2 و3 هما العاملان الأوليان المشتركان.

إذًا، العامل المشترك الأكبر (GCF) للعددين 12 و 18 هو 3 × 2 أو 6.

تأكد من فهمك

أوجد العامل المشترك الأكبر (GCF) لكل مجموعة من الأعداد.

b. 12, 66 **c.** 18, 30 **d.** 32, 48

منطقة العمل

الأعداد الأولية

تذكر أن العدد الأولي هو عدد لكي له عاملان فقط، العدد 1 والعدد نفسه.

a. AED 7

b. 6

c. 6

d. 16

إيجاد المضاعف المشترك الأصغر (LCM)

يمكنك إيجاد المضاعف المشترك الأصغر (LCM) باستخدام خط الأعداد أو وضع قائمة أو باستخدام العوامل الأولية.

المضاعفات

مضاعف العدد هو حاصل ضرب هذا العدد في أي عدد كلي.

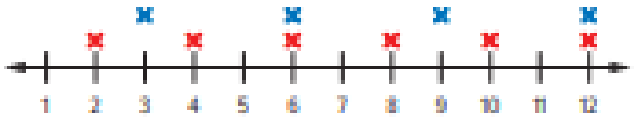
{0, 1, 2, 3, ...}

أمثلة

3. أوجد المضاعف المشترك الأصغر (LCM) للعددين 2 و 3.

الطريقة 1 استخدام خط الأعداد.

ضع علامة X حمراء فوق كل مضاعف غير صفري للعدد 2. وعلامة X زرقاء فوق كل مضاعف غير صفري للعدد 3.



أصغر عدد عليه علامات X حمراء وزرقاء على حد سواء هو 6.

إذاً العدد 6 هو المضاعف المشترك الأصغر (LCM) للعددين 2 و3.

الطريقة 2 استخدام القائمة البرية.

اذكر المضاعفات غير الصفرية للعددين 2 و3 في قائمة.

مضاعفات العدد 2: 2, 4, 6, 8, 10, 12, ... 1 × 2, 2 × 2, 3 × 2, ...

مضاعفات العدد 3: 3, 6, 9, 12, 15, ... 1 × 3, 2 × 3, 3 × 3, ...

لاحظ أن العددين 6 و 12 مضاعفان مشتركان.

إذاً المضاعف المشترك الأصغر (LCM) للعددين 2 و 3 هو 6.

4. أوجد المضاعف المشترك الأصغر (LCM) للعددين 14 و21 باستخدام طريقة التحليل إلى عوامل أولية.

اكتب تحليل التحليل إلى عوامل أولية لكل عدد.

العدد 7 هو العامل الأولي المشترك الوحيد.

اضرب العوامل الأولية مستخدمًا كل عامل مشترك مرة واحدة فقط.

إذاً المضاعف المشترك الأصغر (LCM) هو 3 × 2 × 7 أو 42.

تأكد من فهمك

أوجد المضاعف المشترك الأصغر (LCM) لكل مجموعة من الأعداد.

e. 2, 6 f. 4, 5, 10 g. 3, 5, 7

e. 6

f. 20

g. 105

مثال

5. يحضر حمدان درسًا في الرسم كل أسبوعين. أما سيف فيحضر درسًا في صناعة الخزف كل 5 أسابيع. تقابل كل من حمدان وسيف في مبنى الفنون لحضور درس هذا الأسبوع. كم عدد الأسابيع التي ستمر حتى يلتقيا مرة أخرى؟

مضاعفات العدد 2: 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, ...

مضاعفات العدد 5: 5, 10, 15, 20, 25, 30, ...

المضاعف المشترك الأصغر (LCM) للعددين 2 و 5 هو 10. إذًا، سيتقابل حمدان وسيف مرة أخرى بعد 10 أسابيع.

تمرين موجه

أوجد العامل المشترك الأكبر (GCF) لكل مجموعة من الأعداد. (المثالان 1 و2)

1. 8, 32 — 8

2. 24, 60 — 12

3. 3, 12, 18 — 3

أوجد المضاعف المشترك الأصغر (LCM) لكل مجموعة من الأعداد. (المثالان 3 و4)

4. 7, 9 — 63

5. 6, 15 — 30

6. 9, 12, 15 — 180

7. تبيع السينما قسيمة بقيمة AED 5 عند شراء 4 تذاكر لحضور الأفلام. وتبيع كيسًا من الفشار عند شراء 3 تذاكر. كم إجمالي عدد التذاكر التي يجب أن تشتريها للحصول على قسيمة بقيمة AED 5 وكيس من الفشار في نفس الوقت؟ (المثال 5)

12 تذكرة

8. **الاستفادة من السؤال الأساسي** كيف يساعد إيجاد العامل المشترك الأكبر (GCF) على حل مسائل من الحياة اليومية؟

الإجابة النموذجية: بإمكان العامل المشترك الأكبر (GCF) مساعدتك على تقسيم عدد ما إلى عناصر مختلفة بالتساوي بين مجموعة من الأشخاص.

أوجد قيمة نفسك!

هل أنت مستعد للبداية؟ ظلل القسم المناسب.

الاسم _____ واجباتي المنزلية _____

تمرين ذاتي

أوجد العامل المشترك الأكبر (GCF) لكل مجموعة من الأعداد. (مثال 2)

1. 8, 14 3

2. 21, 24, 27 3

3. 21,35, 49 7

4. 12, 18, 26 2

أوجد المضاعف المشترك الأصغر (LCM) لكل مجموعة من الأعداد. (المثالان 3 و4)

5. 5, 6 30

6. 6, 9 18

7. 6 ,12 ,15 60

8. 3 ,9 ,15 45

9. لدى البستاني 27 زهرة من البنفسج و 36 زهرة من البانوج، ويزرع عددًا متساويًا من كل نوع من الزهور في كل صف. فما أكبر عدد ممكن من زهور الثالوث في كل صف؟ (مثال 1)

9 زهور من الثالوث

10. سيتم تنسيق 14 ولدًا و21 بنتًا بالتساوي إلى مجموعات متجانسة. أوجد أكبر عدد من المجموعات يمكن الحصول عليه في حالة عدم غياب أي شخص. (مثال 1)

7 مجموعات

Copyright © McGraw-Hill Education

11. تسقي الطبيبة نباتاتها كل يومين. وتشذبها كل 15 يومًا. واليوم، قامت الطبيبة بسقي النباتات وتشذيبها. فمتى ستفعل ذلك مرة أخرى؟ (المثال 5) 30 يومًا

12. **تحديد الاستنتاجات المتكررة** يخدم أحد البطاريات رحلتي سفر ذهابًا وإيابًا كما في الجدول المجاور. فإذا غادرت الرحلتان البطار الساعة 4:00 مساءً، فمتى ستغادران معًا مرة أخرى؟

جدول الرحلة	
الرحلة	وقت المغادرة
A	كل 6 دقائق
B	كل 9 دقائق

4:18 مساءً

مهارات التفكير العليا

13. **استخدام نماذج الرياضيات** اكتب مسألة من الحياة اليومية يمكن حلها باستخدام العامل المشترك الأكبر (GCF) لعددين وأوجد حلها.

الإجابة النموذجية: لدى البستاني 27 زهرة من التوليب و36 زهرة القطيفة.

تريد زراعة عدد متساوٍ من كل زهرة في كل صف. فما أكبر عدد من زهور القطيفة في كل صف؟

9 زهور قطيفة

14. **تحديد الاستنتاجات المتكررة** كيف يمكنك استخدام الأنماط العددية لإيجاد المضاعف المشترك الأصغر (LCM) للعددين 120 و360؟

الإجابة النموذجية: يمكنك قسمة كل العددين على 10 والتفكير في المضاعف المشترك الأصغر (LCM) للعددين 12 و36.

وبما أن العدد 36 هو المضاعف المشترك الأصغر (LCM) للعددين 12 و36، فإن العدد 360 هو المضاعف

المشترك الأصغر للعددين 120 و360.

15. **المثابرة في حل المسائل** إذا كان العامل المشترك الأكبر (GCF) لعددين هو 1، فهما عددان أوليان نسبيًا فيما بينهما. أوجد ثلاث مجموعات من الأعداد الأولية النسبية.

7 و20، و5 و8، و4 و9

16. **استخدام مثال مضاد** حدد ما إذا كانت كل عبارة تالية صحيحة أم خاطئة. إذا كانت صحيحة، فوضح السبب. وإذا كانت خاطئة، فاضرب مثالاً مضادًا.

a. العامل المشترك الأكبر (GCF) لأي عددين زوجيين زوجي دائمًا.

صحيحة؛ الإجابة النموذجية: تحتوي جميع الأعداد الزوجية على العدد 2 كعامل لها. وبالتالي، سيحتوي العامل المشترك

الأكبر (GCF) على العدد 2 باعتباره عاملاً. ولذا، فإن العامل المشترك الأكبر (GCF) لأي عددين زوجيين زوجي دائمًا.

b. العامل المشترك الأكبر (GCF) لأي عددين فرديين فردي دائمًا.

صحيحة؛ الإجابة النموذجية: العدد الفردي لا يحتوي على العدد 2 كعامل له. ولذا، فلن يحتوي العامل المشترك

الأكبر (GCF) لأي عددين فرديين على العدد 2 باعتباره عاملاً. وبالتالي يكون دائمًا فرديًا.

c. العامل المشترك الأكبر (GCF) لعدد زوجي وعدد فردي زوجي دائمًا.

خاطئة؛ الإجابة النموذجية: العامل المشترك الأكبر (GCF) للعددين 45 و60 هو 15.

Houghton Mifflin Harcourt Publishing Company © Image Credits: © Getty Images

تمرين إضافي

أوجد العامل المشترك الأكبر (GCF) لكل مجموعة من الأعداد.

17. 15, 20 5

عوامل العدد 15: 1، 3، (5)، 15

عوامل العدد 20: 1، 2، 4، (5)، 10، 20

العوامل المشتركة هي 1 و5.

العامل المشترك الأكبر (GCF) هو 5.

18. 30, 48, 60 6

19. 24, 30, 42 6

20. 24, 40, 56 8

أوجد المضاعف المشترك الأصغر (LCM) لكل مجموعة من الأعداد.

21. 3, 5 15

مضاعفات العدد 3: 3، 6، 9، 12، (15)، 18، 21، 24، 27، (30)

مضاعفات العدد 5: 5، 10، (15)، 20، 25، (30)

المضاعفات المشتركة هي 15 و30.

المضاعف المشترك الأصغر (LCM) هو 15.

22. 12, 18 36

23. 5, 10, 15 30

24. 9, 12, 18 36

25. لدى عامل في محل بطاقة 16 برتقالة و20 تفاحة و24 كمثرى.
يحتاج العامل لأن يضع عددًا متساويًا من التفاح والبرتقال والكمثرى في كل سلة. ما أكبر عدد من السلات يمكن الحصول عليه بحيث لا تتبقى أي ثمرة؟

4 سلات

26. **تحديد الاستنتاجات المتكررة** يشتري قسم العلوم الأدوات الموضحة في الجدول هذا العام. لشتري القسم الأدوات الثلاثة جميعها. كم عدد الأيام التي ستمر لشراء الأدوات الثلاثة جميعها مرة أخرى؟

20 يومًا

الجهاز	وقت الشراء
مجاهر	كل 5 أيام
نظارات سلامة	كل 4 أيام
أنبوب اختبار	كل عامين

© Houghton Mifflin Harcourt Publishing Company

انطلق! تمرين على الاختبار

27. تستبدل أماني مصباح الإضاءة في غرفة الصالة كل 9 شهور. وتستبدل مرشح الهواء كل 6 أشهر. هذا الشهر، استبدلت أماني الاثنين معًا. فكم شهرًا سيمر لتستبدل كلاً من مصباح الإضاءة ومرشح الهواء؟ حدد كل ما ينطبق.

- ☐ 12 شهرًا
- ■ 18 شهرًا
- ■ 36 شهرًا
- ☐ 48 شهرًا

28. ترسم مائدة تصميمًا يحتوي على نمطين مكررين. يتكرر نمطًا كل 8 بوصات، ويتكرر الآخر كل 12 بوصة. ويبدأ طول التصميم إلى 19 قدمًا. ويبدأ كلا النمطين من البكان نفسه. استخدم قطع النمط لإنشاء نموذج للتصميم. واستخدم النموذج لتحديد عدد مرات بدء النمطين في البكان نفسه.

10 مرات

نمط 8 بوصات:

نمط 12 بوصة:

مراجعة شاملة

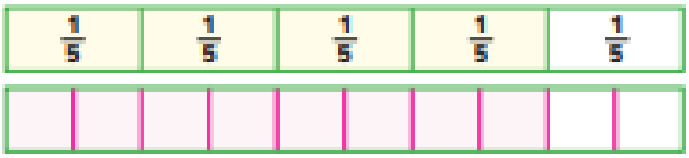
اكتب كل كسر في أبسط صورة.

29. $\frac{9}{18} = \frac{1}{2}$

30. $\frac{21}{35} = \frac{3}{5}$

31. $\frac{36}{48} = \frac{3}{4}$

32. ركضت هبة $\frac{4}{5}$ ميل. فكم جزءًا من عشرة يساوي $\frac{4}{5}$ ميل؟ استخدم رسمًا بيانيًا شريطيًا لإيجاد الإجابة.



$\frac{8}{10}$

33. يقطع "بيتزا بالاس" البيتزا الوسط إلى 8 قطع. أما "بيتزا بايونيرز" فيقطع الحجم نفسه إلى 16 قطعة. أكلت ياسمين 4 قطع من البيتزا الوسط في "بيتزا بايونيرز". فيا الكسر من بيتزا مطعم "بيتزا بالاس" الذي يساوي $\frac{4}{16}$؟ اشرح.

$\frac{2}{8} : \frac{2}{2} = \frac{2}{8} + \frac{2}{2} = \frac{4}{16}$

مختبر الاستكشاف

النسب

ممارسات رياضية
1، 3، 4

الاستكشاف كيف يمكنك استخدام الجداول للربط بين الكميات؟

لدى فيصل 3 كتب روائية و5 كتب غير روائية سيتبرع بها لمركز اجتماعي. ويريد أن يحزمها في مجموعات بحيث يوجد في كل مجموعة عدد متساوٍ من الكتب الروائية وغير الروائية. كما يريد أن يكون لديه أكبر عدد ممكن من الحزم. فكم يكون عدد الكتب في كل مجموعة؟

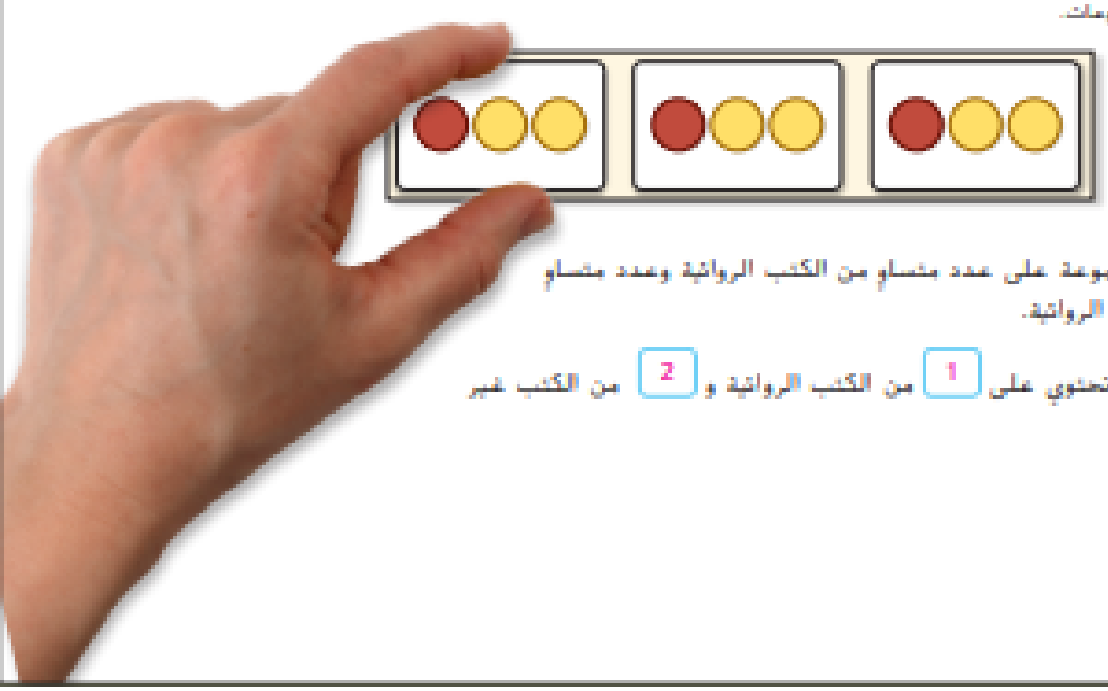
ما المعطيات التي تعرفها؟ لدى فيصل 3 كتب روائية و5 كتب غير روائية. ويرغب في الحصول على أكبر عدد ممكن من المجموعات المتساوية.

ما الذي تحتاج للتوصل إليه؟ عدد الكتب في كل مجموعة

نشاط عملي 1

الخطوة 1 استخدم 3 قطع صفراء من قطع العد البلوتة لتمثيل الكتب الروائية. واستخدم 5 قطع صفراء من قطع العد البلوتة لتمثيل الكتب غير الروائية.

الخطوة 2 عدد أصغر عدد ممكن للمجموعات متساوية الحجم. استخدم القطع البلاستيكية لتقسيم قطع العد البلوتة إلى المجموعات.



تحتوي كل مجموعة على عدد متساوٍ من الكتب الروائية وعدد متساوٍ من الكتب غير الروائية.

فكل مجموعة تحتوي على [1] من الكتب الروائية و [2] من الكتب غير الروائية.

نشاط صفي 2

تقوم هند بجمع الكتب أيضا. وترغب في تكوين مجموعات تحتوي على 3 كتب روائية و4 كتب غير روائية. ولديها بالفعل 9 كتب روائية. فكم عدد الكتب غير الروائية التي ستحتاج إليها؟

استخدم جدول الضرب لبطاقة الأعداد.

الخطوة 1 أكمل الصفين للعددين 3 و4 على جدول الضرب.

روائية ←	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
غير روائية ←	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40

الخطوة 2 اقرأ الجزء العلوي حتى تصل إلى العدد 9. ثم أوجد العدد المناظر في الصف السفلي وضع دائرة حول العددين.

تحتاج هند إلى 12 من الكتب غير الروائية.

نشاط صفي 3

لدى خالد 27 قميصا. فتشهم إلى مجموعتين بحيث يوجد في كل مجموعة 4 قمصان باللون الأحمر و5 باللون الأزرق.

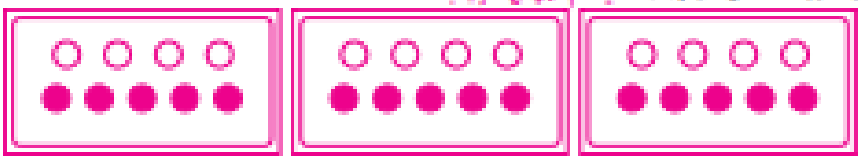
الخطوة 1 أكمل الصفين للعددين 4 و5 على جدول الضرب.

أحمر ←	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
أزرق ←	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50

الخطوة 2 اقرأ كلا الصفين حتى تجد عددين مجموعهما 27.

يوجد 12 من القمصان الحمراء و 5 من القمصان الزرقاء.

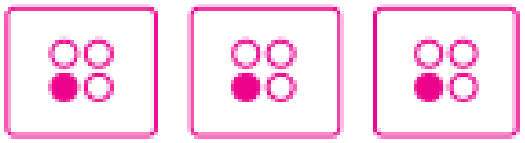
تحقق ارسم صورة للتحقق من إجابتك. يُقدَّم نموذج للإجابة.



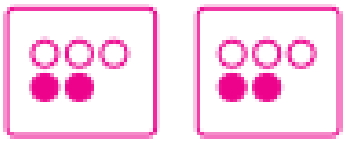
الاستقصاء

تعاون مع زميلك. حدد عدد الفواكه التي ينبغي أن توضع في كل مجموعة. كوّن أكبر عدد ممكن من المجموعات المتساوية الحجم باستخدام الفواكه كلها. ارسم قُطع العد البلونة واستخدمها لتمثيل المسألة.

1. 3 ثمرات تفاح و9 ثمرات كمثرى

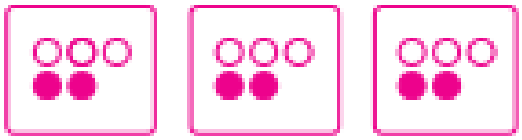


2. 4 ثمرات خوخ و6 ثمرات برتقال



3. 4 ثمرات برقوق و7 ثمرات موز

4. 6 ثمرات مشمش و9 ثمرات مانجو



تعاون مع زميلك. استخدم جدول الضرب لحل المسائل التالية.

5. تريد دانة الحصول على مجموعات بها 3 دفاتر و5 أقلام. ولديها بالفعل 12 دفترًا. فكم عدد الأقلام التي ستحتاج إليها؟ **20 قلمًا**

الدفاتر ←	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
الأقلام ←	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50

6. يريد حسين الحصول على مجموعات من 6 زهور من الياسمين و8 زهور من الزنبق لعمل باقات من الزهور. ولديه بالفعل 24 زهرة ياسمين. فكم عدد زهور الزنبق التي سيحتاج إليها؟ **32 زهرة توليب**

زهور الياسمين ←	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60
زهور الزنبق ←	8	16	24	32	40	48	56	64	72	80

7. لدى سلمى 77 ثمرة فراولة. قسّمهم إلى مجموعتين بحيث يوجد مقابل كل 4 ثمرات فراولة في المجموعة الأولى 7 ثمرات فراولة في المجموعة الثانية.

المجموعة الأولى ←	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
المجموعة الثانية ←	7	14	21	28	35	42	49	56	63	70

التحليل والتفكير

نماذج الإجابة: 8:13

8. **تحديد الاستنتاجات المتكررة** وضح الأنماط المستخدمة في الجداول في النشاطين 2 و3.

يبين كل صف في الجداول مضاعفات عدد معين.

ويمكنك جمع أو طرح هذه المضاعفات لإيجاد العدد

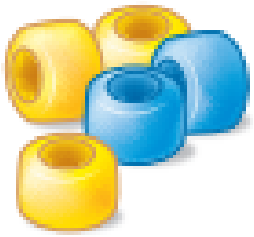
في مجموعة واحدة أو لإيجاد العدد الكلي في كل المجموعتين.

9. **الاستدلال الاستقرائي** كيف يساعدك إيجاد المضاعف المشترك الأصغر (LCM) عند قسمة العناصر إلى مجموعات متساوية؟

يشير المضاعف المشترك الأصغر (LCM) إلى أن المجموعات

يمكن أن تكون متساوية ويبين عدد العناصر في كل مجموعة.

ابتكار



10. **استخدام نماذج الرياضيات** اكتب مسألة كلامية فيها 3 حبات خرز صفراء لكل حبتين زرقاوين وأوجد حلها.

الإجابة النموذجية: لدي مني 30 حبة خرز صفراء.

وترغب في صنع سلسلة مفاتيح بها 3 حبات خرز صفراء مقابل كل حبتين خرز زرقاء.

فكم عدد حبات الخرز الزرقاء التي تحتاج إليها؟ 20 حبة خرز زرقاء

11. **استخدام نماذج الرياضيات** اكتب مسألة كلامية من الحياة اليومية فيها 3 طاولات لكل 8 مقاعد وأوجد حلها.

الإجابة النموذجية: سوف يكون هناك 40 شخصًا على مائدة نادي التنس.

ويمكن أن يجلس 8 أشخاص على كل 3 طاولات.

فكم عدد الطاولات التي سيحتاجونها؟ 15 طاولة

12. **استخدام نماذج الرياضيات** اكتب مسألة كلامية من الحياة اليومية فيها 3 فطائر لكل شخص وأوجد حلها.

الإجابة النموذجية: يصنع سليم الإفطار لأسرته ولديه ما يكفي من البيكونات لعمل 15 فطيرة.

فإذا كان كل فرد سيتناول 3 فطائر.

فكم عدد أفراد الأسرة؟ 5 أشخاص

13. **استكشاف** كيف يمكنك استخدام الجداول للربط بين الكميات؟

يمكنك استخدام الجداول لإيضاح المضاعفات المشتركة لعددين.

ويمكن الجداول أيضًا مساعدتك على المقارنة بين مجموعات من الأعداد.

حقوق الطبع والنشر © محفوظة لصالح مؤسسة ماكجروهيل للتعليم